Research Article

Agricultural Engineering., 45(4) (2023) 377-390
DOI: 10.22055/agen.2023.42847.1652

ISSN (E): 2588-526X
ISSN (P): 2588-5944

Feasibility of using copula function in predicting soil available phosphorus and potassium

E. Ghojehpour[1], V. Jalali[2*], A. Jafari[3] and M. Mahmoodabadi[4]

1. M.Sc. Graduated. Student of Soil Physics and Conservation, Faculty of Agriculture, Shahid Bahonar University of Kerman.
2. Corresponding Author*. Associate Professor, Department of Nature engineering, Shirvan Faculty of Agriculture, University of Bojnord.
3. Associate Professor, Department of Soil Science, Faculty of Agriculture, Shahid Bahonar University of Kerman.
4. Professor, Department of Soil Science, Faculty of Agriculture, Shahid Bahonar University of Kerman.

Received: 22 January 2023 Accepted: 19 March 2023

Abstract

Introduction: Spatial and temporal variations of soil characteristics occur in large and small scales. Investigating the variability of soil parameters is considered as one of the requirements for proper management of fertilizer resources in a sustainable agricultural system. Studying of these variation is very time-consuming and costly especially in large scales. In order to the fast and reliable determination of the soil properties, various interpolation techniques have been developed and applied. The most widely used interpolation technique is the different Kriging types. The copula function is one of the new interpolation techniques that are recently used in sciences such as hydrology. Thus, the aim of this research was to evaluate the spatial variation of some soil chemical properties using the copula function and comparisons with geostatistics techniques.

Materials and Methods: Sampling by regular networking was done in an area of 484 ha located in 10 km far from the west of Baft city, located in Kerman province, central Iran (latitude of 29° 15′ N and longitude of 56° 29′ E). In the studied area, three agricultural, pasture and industrial sites are located nearby. The common crops of the region are wheat, barley, alfalfa, legumes and orchards of walnuts, pomegranates, almonds and grapes. The average height of the studied area is 2270 meters above sea level, the average annual temperature of the area is 16 degrees Celsius, and the average annual precipitation of the area is 247 mm. The soil used for the experiment was collected from 0 to 20 cm depth of the field. 121 soil samples were air-dried and, some physical and chemical properties were measured. In order to fit the Copula function to the data, first the appropriate marginal distribution function should be fitted to the data. For this purpose, three tests were used: Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling and Chi-Square. The mentioned tests were carried out in the EasyFit 5.5 statistical software. By fitting the best marginal distribution function, the cumulative value of the marginal distribution function is calculated for each data. After calculating the above values, detailed functions can be fitted to the data. Finally, the accuracy of each interpolation method was evaluated according to the root mean square Error (RMSE), coefficient of

© 2022 The Author(s). Published by Shahid Chamran University of Ahvaz. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

determination (R^2), mean absolute error (MAE) and mean biass error (MBE) indices.

Results and Discussion: In all types of geostatistical methods, the first step in interpolation is to fit the semivaiogram to the measured data, so after normalizing the data and validating the models, the appropriate model was selected for fitting the semivaiogram. Among the measured parameters, P_{ava} and K_{ava} semivaiogram followed spherical model and the interpolation of the above variables was done on the basis of this model. Copula analysis showed that the available phosphorous and potassium variables followed from the Wakeby and gamma distribution function, respectively. Also, based on the Pearson correlation coefficient, the correlation between pairs of points was less than 2000 m and the distance more than 2000 m was known as an independent distance. Based on the validation criteria for Pava parameter, Median copula function, Average copula function, IDW, Ordinary Kriging, Disjunctive Kriging, Universal Kriging and Simple Kriging have better estimates, respectively, and in the same way, the best interpolator for Kava parameter Median copula function, Average copula function, Ordinary Kriging, Universal Kriging, Disjunctive Kriging, Simple Kriging and IDW were determined, respectively. The estimation performance based on the coefficient of determination (R^2) showed that value of this coefficient for copula function for available phosphorous and potassium were 5% and 4% greater than conventional geostatistics techniques. Also, the error of estimation was less for copula function indicating the better performance of copula to estimate the mentioned soil properties

Conclusion: This study was performed to investigate the Feasibility study of Copula function in predicting some soil nutrients and comprising this method with widely used methods of geostatistics. Our results demonstrated that the copula function method is more capable than the classical geostatistical methods in estimating soil properties due to the non-dependence of this method on the normality of the data distribution and outlier data. Therefore, with the help of this method, having a reliable and high-quality data bank of soil characteristics, acceptable maps of other soil characteristics can be presented at various scales.

Keywords: Archimedean copula functions (frank, clayton, gamble and Joe), kriging, interpolation.

مهندسی زراعی (مجله علمی کشاورزی) جلد ۴۵ شماره۴، زمستان ۱۴۰۱

مقاله پژوهشی

امکان‌سنجی کاربرد تابع مفصل در پیش‌بینی فسفر و پتاسیم قابل جذب خاک

احسان غجه پور[۱]، وحیدرضا جلالی[۲*]، اعظم جعفری[۳] و مجید محمودآبادی[۴]

۱- کارشناسی ارشد فیزیک و حفاظت خاک (دانش آموخته دانشگاه شهید باهنر کرمان)، ایران
۲- نویسنده مسئول*، دانشیار گروه مهندسی طبیعت، دانشکده کشاورزی شیروان، دانشگاه بجنورد، ایران
۳- دانشیار گروه علوم خاک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، ایران
۴- استاد گروه علوم خاک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، ایران

تاریخچه مقاله

دریافت: ۱۴۰۱/۱۱/۰۲

پذیرش نهایی: ۱۴۰۱/۱۲/۲۸

کلمات کلیدی:
توابع مفصل ارشمیدسی (کلایتون، فرانک، گامبل و جو)، کریجینگ، میان‌یابی

* عهده دار مکاتبات

Email: v.jalali@uk.ac.i

چکیده

آگاهی داشتن از نحوه تغییرپذیری متغیرهای خاکی یکی از پیش‌شرط‌های مدیریت صحیح منابع کودی در کشاورزی پایدار قلمداد می‌گردد. هدف از این پژوهش ارائه روشی نوین برای ارزیابی تغییرات مکانی عناصر غذایی فسفر و پتاسیم در خاک است. بدین منظور با استفاده از روش شبکه بندی، نمونه‌برداری از منطقه‌ای به وسعت ٤٨٤ هکتار در ۱۰ کیلومتری غرب شهرستان بافت صورت گرفت، بدین صورت که منطقه به طور کاملاً منظم تقسیم‌بندی شد که مساحت هر شبکه ٤ هکتار بود. سپس از هر شبکه به طور تصادفی یک نمونه خاک و در مجموع ۱۲۱ نمونه از لایه سطحی خاک تهیه شد. پس از هوا خشک نمودن نمونه‌ها و عبور از الک ۲ میلیمتری، فسفر و پتاسیم قابل جذب اندازه‌گیری شد. برای درون‌یابی به روش تابع مفصل از چهار تابع مفصل ارشمیدسی شامل توابع کلایتون، فرانک، گامبل و جو استفاده شد. تحلیل نتایج با استفاده از معیارهای میانگین ریشه دوم مربعات استاندارد (RMSE)، ضریب تبیین (R^2)، میانگین خطای مطلق (MAE) و میانگین خطای انحراف (MBE) با درون یاب‌های انواع کریجینگ و روش وزن‌دهی عکس فاصله (IDW) مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج نشان داد که روش تابع مفصل میانه با دارا بودن R^2=۰/۸٤ و RMSE=۲/۵۹ بهترین دقت در انجام تخمین‌ها را ارائه نمود در حالی که روش IDW با دارا بودن مقدار ضریب تبیین و ریشه مجموع مربعات خطای به ترتیب برابر با ۰/۷٦ و ۲/۹۳، تخمین‌های نسبتاً ضعیف‌تری را ارائه داده است و بنابراین می‌توان روش تابع مفصل را جایگزین خوبی برای روش‌های کلاسیک میان‌یابی قلمداد کرد.

مقدمه

ویژگی‌های خاک دارای تغییرات مکانی و زمانی در مقیاس‌های کوچک و بزرگ می‌باشند(۲). پراکنش مکانی ویژگی‌های خاک برای مدیریت و برنامه‌ریزی مناسب آن به منظور بهره‌برداری بهتر، از اهمیت زیادی برخوردار است. مطالعه این تغییرات، در سطح وسیع بسیار هزینه‌بر است(۸). به این منظور لازم است از روش‌های درون‌یابی به منظور پیش‌بینی مقادیر ویژگی‌های مدنظر استفاده گردد، ولی در بسیاری موارد این روش‌ها دقت‌های متفاوتی دارند. از این رو، روش‌های زمین‌آماری[1] به دلیل در نظر گرفتن همبستگی و ساختار مکانی چنین داده‌هایی مهم هستند، زیرا یکی از ویژگی‌های مشترک محیطی از جمله خاک، پیوستگی مکانی آن‌ها است(۹). مفهوم تغییرپذیری مکانی خاک‌ها این است که مقادیر برخی ویژگی‌های خاک در نقاط مجاور در مقایسه با نقاطی که فاصله آن‌ها بیشتر است، شباهت بیش‌تری به یکدیگر دارند (۲). برای بررسی تغییرپذیری ویژگی‌های خاک از روش‌های زمین‌آماری که قادر به تحلیل جزء وابسته به مکان متغیرهای مکانی است، استفاده می‌شود. اما مهم‌ترین ضعف روش زمین‌آماری، شرط نرمال بودن داده‌هاست که در شرایط طبیعی کمتر مشاهده می‌شود. داده‌های خاک اغلب دارای چولگی و کشیدگی[2] هستند که در آن‌ها فرض نرمال بودن توزیع داده‌ها رعایت نمی‌شود. حساسیت روش-های زمین‌آماری به داده‌های پرت نیز، از دیگر معایب این روش است. رویکردهای مرسوم در پهنه‌بندی با استفاده از روش‌های زمین‌آماری که نیاز به داده‌ی نرمال دارد، باعث کاهش دقت روش مذکور می‌گردد. لذا تابع مفصل[3] به عنوان روشی نوین که نیاز به داده‌های نرمال ندارد و به داده پرت نیز حساس نیست می‌تواند هم‌خوانی بیشتری با داده‌های خاک داشته باشد، و باعث افزایش دقت پهنه‌بندی گردد، لذا این روش می‌تواند جایگزین روش‌های مرسوم درون‌یابی شود. در سال‌های اخیر تابع مفصل در زمینه هیدرولوژی آماری کاربرد گسترده‌ای پیدا کرده است، اما هنوز در علوم خاک از تابع مفصل استفاده جامع نشده است. لذا به چند نمونه کاربرد تابع مفصل در علوم هیدرولوژی اشاره می‌شود. احمدی و همکاران[4] (۳) در پژوهشی اقدام به کاربرد توابع مفصل ارشمیدسی[5] و حدی در تحلیل چند متغیره جریان‌های کمینه حوضه آبریز دز کردند. نتایج ایشان نشان داد که برای دو ایستگاه سپید دشت سزار و سپید دشت زاز توابع مفصل گامبل- هوگارد با داشتن کمترین مقدار AIC=-7.356 و(Ns=0.969) Sn=0.144 بهترین عملکرد را در برآورد مقادیر مشاهداتی داشته است. عملکرد مفصل‌های فرانک و کلایتون نیز بسیار نزدیک به هم بوده و با اختلاف اندکی در رتبه‌های بعدی توابع مفصل مناسب برای داده-های جریان کمینه هفت روزه ایستگاه‌های سپید دشت سزار و سپید دشت زاز قرار می‌گیرند. همچنین رضایی و همکاران[6] (۲۰) اقدام به تحلیل دو متغیره خشکسالی هواشناسی با استفاده از تابع مفصل در غرب و شمال غرب ایران نمودند. در تحقیق ایشان، معیار انتخاب تابع مفصل مناسب، مقدار لگاریتم تابع حداکثر درستنمایی (ML) و شاخص RMSE بود. بدینصورت که هر مفصلی که لگاریتم تابع درستنمایی بزرگتر و شاخص RMSE کمتری داشته باشد، برازش بهتری بر داده¬های مشاهداتی داشته است. با توجه به مقادیر شاخصهای ML و RMSE به ترتیب برابر ۱۷۲,۱۲- و ۰,۰۵ می توان نتیجه‌گیری نمود که مفصل جوئی برازش قابل قبولی بر داده‌های ایستگاه ارومیه داشته است و نقاط به خط ۴۵ درجه بسیار نزدیک می‌باشند. در پژوهشی دیگر شفائی و همکاران[7] (۲۲) اقدام به مدل-سازی مشخصات رویدادهای بارش با استفاده از تابع مفصل دی- واین نمودند. ایشان در این پژوهش با استفاده از ساختارهای مختلف این تابع ویژگی‌های مهم بارش را شبیه سازی نمودند. نتایج بدست آمده نشان داد که ساختار

1- Geostatistics
2- Skewness-kurtosis
3- copula
4- Ahmadi *et al.*
5- Archemedian
6- Rezaie *et al.*
7- Shafaee *et al.*

MRDL با توجه به معیارهای AIC=-842.4 ،BIC=850.8 و حداکثر لوگ درست نمائی برابر ۴۴۴,۶ بعنوان بهترین ساختار جهت شبیه‌سازی مشخصه‌های مهم رویدادهای بارش انتخاب گردید. گنجعلیخانی و همکاران[1] (۷) در پژوهشی اقدام به پهنه‌بندی کیفی آب زیرزمینی با استفاده از تابع مفصل نمودند و داده‌های مربوط به غلظت بی کربنات در ۱۸ چاه مشاهده‌ای مربوط به دشت‌های کرمان و راور را مورد بررسی قرار دادند. برای این منظور از چهار تابع مفصل ارشمیدسی شامل توابع کلایتون، فرانک[2]، گامبل[3] و جو[4]استفاده کردند. نتایج به دست آمده از تابع مفصل با نتایج حاصل از روش‌های متداول پهنه‌بندی مورد مقایسه قرار گرفت که نتایج حاکی از دقت بالای این مدل نسبت به سایر مدل‌های مذکور بود به طوری که با توجه به معیار جذر میانگین مربعات خطا در پهنه¬بندی با استفاده از تابع مفصل بر اساس میانه ۱/۸۴ و بر اساس میانگین ۱/۹۵ میلی‌اکیوالان بر لیتر به دست آمد که در مقایسه با دو روش کریجینگ با خطای ۲/۲۱ ،کریجینگ با تبدیل باکس کاکس با خطای ۲/۱۴ ،کریجینگ با تبدیل لگاریتمی ۱/۹۸ و روش معکوس فاصله موزون با خطای ۲/۸۳ میلی‌اکیوالان بر لیتر عملکرد مناسب‌تری را نشان داد. در پژوهشی دیگر معظمی و همکاران[5] (۱۶) میزان عدم قطعیت حاصل از تخمین بارش با استفاده از تصاویر ماهواره‌ای را با استفاده از تابع مفصل بررسی نمودند. همچنین پژوهشی در مورد تخمین مقدار بارش در ایستگاه‌های مفقود توسط باردوسوی و پگرام[6] (۵) صورت گرفته است، در این پژوهش مقدار داده در ایستگاه مفقود بر اساس ایستگاه‌های مجاور با استفاده از تابع مفصل تخمین زده شد و نتایج این روش با روش‌هایی از جمله نزدیک‌ترین همسایگی، کریجینگ و فازی مقایسه شد که نتایج حاکی از دقت بالای این مدل نسبت به سایر مدل‌های مذکور بود. همچنین کنگ و همکاران[7] (۱۴) با به کارگیری توابع بیشینه‌ی آنتروپی مفصل، اقدام به پیش‌بینی جریان ماهانه ی رودخانه‌ای در چین نمودند. مقایسه نتایج بدست آمده از روش مورد استفاده با مقادیر مشاهداتی دال بر دقت بالای مدل مورد استفاده بود. غجه‌پور و همکاران[8](۹) در تحقیقی به بررسی تغییرات مکانی ویژگی‌های فیزیکی خاک منجمله بافت خاک به کمک توابع مختلف مفصل پرداختند. مقایسه روش تابع مفصل و تکنیک‌های زمین‌آماری در تحقیق ایشان حاکی از برتری تابع مفصل در انجام تخمین متغیرهای مورد مطالعه بوده بطوری که مقادیر خطای حاصل از تخمین با کمک تابع مفصل(RMSE و R2 برابر ۱۹/۳ و ۰/۷۰)، بسیار کمتر از خطاهای بدست آمده در روش‌های معمول زمین آماری بدست آمد. با توجه به مطالب بیان شده در این پژوهش سعی شده که روش نوینی برای درون‌یابی برخی از ویژگی‌های شیمیایی خاک با استفاده از تابع مفصل ارائه گردد. تابع مفصل ابزاری برای مدل کردن وابستگی چند متغیر تصادفی به صورت مستقل از توابع توزیع حاشیه‌ای آن ها می‌باشد که در ابتدا توسط اسکلار [9](۲۳) معرفی گردید. گرالر و پبسما [10](۱۰) رویکرد جدیدی برای درون‌یابی کیفیت آب‌های زیرزمینی به کمک تابع مفصل بر اساس روش ارائه شده توسط آس و همکاران[11] (۱) برای تبدیل تابع مفصل n متغیره به $n(n-1)/2$ تابع مفصل دومتغیره پیش رو قرار دادند و پهنه‌بندی عنصر روی را به دقت بالاتری نسبت به روش کریجینگ ارائه کردند. این رویکرد امکان ترکیب توابع مفصل با خانواده‌های مختلف را فراهم می‌کند. در پژوهش حاضر سعی گردیده که با ارائه این رویکرد امکان استفاده از خانواده‌های تابع مفصل نظیر خانواده ارشمیدسی که انعطاف‌پذیری بالایی دارند در مقوله درون یابی ویژگی‌های خاک فراهم آید. برای این منظور پهنه‌بندی برخی از ویژگی‌های شیمیایی خاک، شامل فسفر قابل جذب

1- Ganjalikhani *et al.*
2- Frank
3- Gumbel
4- Joe
5 - Moazami *et al.*
6 - Bárdossy, A. and Pegram
7 - Kong *et al.*
8 -Ghojehpour *et al.*
9 - Sklar
10- Gräler and Pebesma
11- Aas *et al.*

و پتاسیم قابل جذب که در بحث حاصلخیزی و کشاورزی مهم هستند، در سه کاربری کشاورزی، مرتع و صنعتی در منطقه بافت در استان کرمان مورد بررسی قرار گرفت. در نهایت نتایج روش مذکور با نتایج حاصل از روش‌های انواع کریجینگ و وزن‌دهی عکس فاصله مقایسه گردید.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه در ۹ کیلومتری غرب شهرستان بافت در استان کرمان با طول جغرافیایی ۴۴ درجه و ۹۷ دقیقه تا ۴۵ درجه و ۳۶ دقیقه و عرض جغرافیایی ۳۲ درجه ۳۶ دقیقه تا ۳۲ درجه و ۳۸ دقیقه واقع شده است، که در منطقه مورد مطالعه سه کاربری کشاورزی، مرتع و صنعتی در مجاور هم واقع شده‌اند. ارتفاع منطقه مورد مطالعه به طور متوسط ۲۲۷۰ متر از سطح دریا می‌باشد. همچنین رژیم رطوبتی و حرارتی منطقه به ترتیب اردیک ضعیف و ترمیک می‌باشد.

نمونه‌برداری

برای تعیین نقاط نمونه‌برداری از نرم‌افزارهای Google Earth و Arcgis10.3 استفاده شد. با توجه به خاک منطقه به لحاظ وسعت محدوده و با در نظر گرفتن کیفیت همگنی و همسانی ساختار خاک به منظور دستیابی به حداکثر تغییرات موجود، نقاط نمونه‌برداری تعیین شد. نمونه‌برداری در سه سطح کاربری در منطقه‌ای به وسعت ۴۸۴ هکتار صورت گرفت، بدین منظور با استفاده از روش شبکه‌بندی، منطقه به طور کاملاً منظم تقسیم‌بندی شد که مساحت هر شبکه ۴ هکتار بود. سپس از هر شبکه به طور تصادفی یک نمونه خاک و در مجموع ۱۲۱ نمونه از لایه سطحی خاک تهیه شد. نمونه‌های خاک پس از هوا خشک نمودن، از الک دو میلیمتری عبور داده شد، و برخی از ویژگی‌های فیزیکی و شیمیایی خاک از جمله فسفر قابل جذب (P_{ava}) به روش اولسن[1](۱۹) و پتاسیم قابل جذب (K_{ava}) به روش فلیم فوتومتری اندازه‌گیری شد.

توصیف آماری داده‌ها

توصیف آماری داده‌ها به منظور بررسی چگونگی توزیع آن‌ها و دستیابی به خلاصه‌ای از اطلاعات آماری داده‌های مورد نظر صورت گرفت. توزیع فراوانی با شاخص‌های میانگین، بیشینه، کمینه، چولگی، کشیدگی، ضریب تغییرات و انحراف معیار مورد بررسی قرار گرفت. بررسی وضعیت آماری ویژگی‌های شیمیایی خاک به کمک نرم افزار SPSS 23.0 صورت گرفت.

برازش تابع مفصل

تابع توزیع حاشیه‌ای

به منظور برازش تابع مفصل بر داده‌ها، ابتدا بایستی تابع توزیع حاشیه‌ای مناسب، بر داده‌ها برازش یابد. توابع توزیع حاشیه¬ای مختلفی وجود دارد که براساس تغییرات مکانی و ویژگی¬های آماری خصوصیت مورد بررسی، انواع تابع توزیع حاشیه ای بر آن برازش داده می¬شود. در نهایت براساس آزمون¬های نکوئی یا Goodness of fit test بهترین تابع انتخاب می¬شود. به این منظور، از سه آزمون کلموگروف-اسمیرنف، آندرسون- دارلینگ و کای اسکوئر استفاده گردید و بر اساس این سه آزمون، تابع توزیع حاشیه¬ای مناسب برای هر خصوصیت انتخاب گردید. آزمون‌های مذکور در محیط نرم‌افزار آماری EasyFit5.5 بر داده‌ها برازش شد. براساس تابع توزیع حاشیه¬ای انتخاب شده، برای هر پارامتر کدنویسی مختص آن تابع در نرم¬افزار R انجام گرفت (کد نویسی تابع مفصل بر اساس توابع توزیع حاشیه¬ای تغییر می¬کند).

برازش تابع مفصل بر داده‌ها

در پژوهش حاضر به منظور برازش تابع مفصل مناسب از پکیج copula تحت محیط برنامه‌نویسی نرم‌افزار آماری R استفاده گردید. این پکیج توسط هوفرت و همکاران (Hofert et al. 2018) ارائه گردید. آخرین نسخه پکیج Copula که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفت، مربوط به ۲۰۱۸/۱۲/۱۹ می‌باشد (Hofert et al. 2018).

1- Olsen

تابع مفصل ابزاری برای مدل‌سازی همبستگی بین چند متغیر تصادفی می‌باشد (Schmidt, 2007). به جای بیان تابع توزیع دو متغیره F به صورت تابعی از چندک‌ها، می‌توان آن را به صورت تابعی از حاشیه‌ها یا احتمالات تجمعی ui و uj نوشت (Nelsen, 2007). همچنین نشان داد که اگر F کاملاً پیوسته باشد، تابع یگانه‌ای به صورت C: [0,1]2 →[۰،۱] وجود دارد به نحوی که:

رابطه(۱)

$$C(u_i,u_j)=F(F_i^{-1}(u_i),F_j^{-1}(u_j))$$

که تابع C را تابع مفصل گویند. تابع مفصل خانواده‌های متعددی دارد. در این میان تابع مفصل ارشمیدوسی به دلیل توانایی پوشش همبستگی مثبت و منفی داده‌ها، سهولت ایجاد آن‌ها و همچنین تعداد زیاد این خانواده کاربرد زیادی خصوصاً در علوم کشاورزی دارد (Grimaldi & Serilandi, 2006). خانواده توابع مفصل ارشمیدوسی شامل چهار تابع فرانک، جو، گامبل و کلایتون می‌باشد. در پژوهش حاضر از خانواده تابع مفصل ارشمیدوسی استفاده گردید.

به منظور توصیف و تحلیل ساختارهای مکانی می‌توان از تابع مفصل به عنوان تابع توزیع دومتغیره برای نقاطی با فاصله مشخص استفاده نمود. بدین منظور لازم است که تابع توزیع حاشیه‌ای که بر متغیرهای ناحیه‌ای برازش یافته، برای تمامی نقاط در میدان تصادفی یکسان باشد (Li, 2010). بدین منظور ابتدا تابع توزیع حاشیه‌ای مناسب برای متغیرهای ناحیه‌ای Z به داده‌ها برازش داده می‌شود. سپس داده‌های مربوط به متغیرها که فاصله‌ی آن‌ها از یکدیگر h+Δh است، جدا می‌گردد که در آن h فاصله مکانی دلخواه و Δ h دامنه‌ی نوسان می‌باشد. در این پژوهش اعمال دامنه نوسان با توجه به این که فاصله نقاط تقریبا یکسان بوده الزامی نیست، اما برای اطمینان بیشتر و برای اینکه تمام نقاط در همه جهات تحت پوشش قرار بگیرد دامنه نوسان برای هر دسته از جفت نقاط لحاظ می‌شود.

در نتیجه تابع مفصل را برای هر جفت داده با فاصله h ±Δh می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت.

رابطه(۲)

$$C_h(u_1,u_2)=P\left[F_z\left(Z\left(x\right)\right)<u_1,F_z\left(Z\left(x+h\right)\right)<u_2\right]$$
$$=C\left(F_z\left(Z\left(x\right)\right),F_z\left(Z\left(x+h\right)\right)\right)$$

در این معادله Fx تابع توزیع متغیر ناحیه‌ای Z می‌باشد که برای تمامی نقاط X یکسان می‌باشد.

با توجه به اینکه با تغییر فاصله، تابع مفصل برازش یافته به داده‌ها تغییر می‌یابد، جهت برازش یک مدل مناسب به داده‌ها ابتدا بر روی فواصل، بهترین تابع مفصل برازش داده می‌شود. در ادامه با طبقه‌بندی فاصله، برای هر طبقه از تابع مفصل ترکیبی از دو تابع مفصل ابتدا و انتهای طبقه فاصله به‌دست می‌آید.

رویکرد ارائه شده در این پژوهش بر اساس روش ارائه شده توسط عاس و همکاران (Aas et al., 2009) می‌باشد. عاس و همکاران (Aas et al., 2009) روشی به منظور تبدیل تابع مفصل n متغیره به تابع مفصل دو متغیره ارائه کردند. این رویکرد امکان ترکیب توابع مفصل با خانواده‌های مختلف را فراهم می‌کند. در پژوهش فوق از دو نوع ساختار مختلف استفاده گردید که در این پژوهش از مدل موسوم به ساختار درختی متعارف استفاده گردید. ساختار کلی تابع چگالی مفصل ساختار درختی متعارف به صورت زیر می‌باشد (Aas et al., 2009).

رابطه (۳)

$$\prod_{k=1}^{n} f\left(x_k\right)\prod_{j=1}^{n-1}\prod_{i=1}^{n-j} c_{j,j+i|1,\ldots,j-1}$$
$$\left\{F\left(x_j\,|\,x_1,\ldots,x_{j-1}\right),F\left(x_{j+i}\,|\,x_1,\ldots,x_{j-1}\right)\right\}$$

برای ارزیابی یک نقطه با استفاده از n نقطه‌ی اطراف آن بارسدوس (Bardossy, 2006) از تابع مفصل شرطی استفاده نمود و میانه‌ی تابع مفصل شرطی را به عنوان برآوردی از تابع توزیع در نقطه‌ی مجهول به صورت زیر در نظر گرفت.

رابطه (۴)

$$C^{-1}\left(U_1 \mid F\left(x_2\right),\ldots,F\left(x_{k+1}\right)\right)\mid_{U_1=0.5}$$

حال اگر F تابع توزیع متغیر ناحیه‌ای باشد، برآورد نقطه‌ی مجهول به صورت معکوس تابع F در نقطه‌ی مجهول می‌باشد،

رابطه (۵)

$$Z_{median}\left(x_1\right)=F^{-1}\left(C_{k+1}^{-1}\left(0.5 \mid F\left(x_2\right),\ldots,F\left(x_{k+1}\right)\right)\right)$$

همچنین تخمین نقطه‌ای مقدار متوسط از مقدار نامشخص با استفاده از معادله‌ی زیر قابل محاسبه است.

رابطه (۶)

$$Z_{median}\left(x_1\right)=F^{-1}\left(C_{k+1}^{-1}\left(0.5 \mid F\left(x_2\right),\ldots,F\left(x_{k+1}\right)\right)\right)$$

پس از به دست آمدن بهترین تابع مفصل برای هر فاصله (براساس بیشترین شاخص MLE و پارامتر تابع مفصل (θ)، با استفاده از روش پیشنهادی توسط عاس و همکاران (Aas et al., 2009)، توابع مفصل پنج متغیره با استفاده از معادله‌ی (۴) ساخته شدند و در نهایت با استفاده از معادلات (۵) و (۶) که به ترتیب برای تخمین نقاط مجهول بر اساس میانه و میانگین داده‌ها می‌باشد، پیش¬بینی نقاط مجهول صورت می¬گیرد (Aas et al., 2009).

در نهایت با استفاده از توابع مفصل ارشمیدوسی تابع مفصل میانه و تابع مفصل میانگین به دست آمد.

ارزیابی عملکرد مدل‌ها

دقت درونیاب تابع مفصل با درونیاب‌های انواع کریجینگ شامل؛ کریجینگ ساده[1]، کریجینگ معمولی[2]، کریجینگ شاخص[3] و کریجینگ منفصل یا گسسته[4] و روش IDW با معیارهای میانگین ریشه دوم مربعات استاندارد (RMSE)، ضریب تبیین (R^2)، میانگین خطای مطلق (MAE) و میانگین خطای انحراف (MBE) ارزیابی شد که بیان ریاضی این روابط به شرح زیر است.

$$RMSE=\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(Pi-Oi)}{n}\right]^{0.5}\times\frac{100}{\overline{O}} \quad (۷)$$

$$R^2=1-\frac{\sum_{i=1}^{n}(Pi-Oi)^2}{\sum_{i=1}^{n}(Pi-\overline{O})^2} \quad (۸)$$

$$MAE=\frac{\sum_{i=1}^{n}|P-O|}{n} \quad (۹)$$

$$MBE=\frac{\sum_{i=1}^{n}(P-O)}{n} \quad (۱۰)$$

که در آن‌ها Pi مقادیر برآورد شده، $\overline{O}$ مقدار متوسط پارامتر مشاهده شده، Oi مقدار اندازه‌گیری شده و n تعداد نمونه‌ها است. در صورتی که مقدار اندازه‌گیری شده و برآورد شده با هم برابر باشند مقدار عددی RMSE، MAEو MBE برابر با صفر و مقدار عددی R^2 برابر با یک خواهد بود. همچنین در پایان نقشه پهنه‌بندی بر اساس مناسب‌ترین روش درون‌یابی رسم شد(۶).

نتایج و بحث

توصیف آماری داده‌ها

جهت محاسبات آماری لازم است داده‌های مورد آزمایش که به صورت داده‌های خام هستند، منظم گردند. جدول (۱) آمار توصیفی ویژگی‌های شیمیایی اندازه‌گیری شده نمونه‌های خاک مورد بررسی را نشان می‌دهد.

برای بیان تغییرپذیری خصوصیات خاک از شاخص ضریب تغییرات استفاده شد. بر اساس تقسیم‌بندی ارائه شده توسط ویلدینگ[5] (۲۴) بر مبنای مقادیر ضریب تغییرات، ویژگی‌های مورد مطالعه را می‌توان به سه گروه تقسیم کرد: ویژگی‌هایی با تغییرپذیری کم (ضریب تغییرات کمتر از ۱۵)، ویژگی‌هایی با تغییرپذیری متوسط (ضریب تغییرات ۱۵ تا

1- Simple Kriging
2- Ordinary Kriging
3- Universal Kriging
4- Disjunctive Kriging

5-Wilding

۳۵) و ویژگی‌هایی با تغییرپذیری زیاد (ضریب تغییرات بیشتر از ۳۵). بنابراین فسفر قابل جذب و پتاسیم قابل جذب در گروه تغییرپذیری کم قرار گرفتند.

برازش تابع توزیع حاشیه‌ای

به منظور ایجاد تابع مفصل مکانی، بهترین تابع توزیع حاشیه‌ای در محیط نرم‌افزاری آماری EasyFit5.5 بر داده ها برازش داده شد. نتایج مربوط به این آزمون‌ها در جدول ۲ نشان داده شده است. براساس مقدار آماره سه آزمون کلموگروف- اسمیرنف، آندرسون- دارلینگ و کای اسکوئر، متغیر فسفر قابل جذب و پتاسیم قابل جذب به ترتیب از تابع توزیع حاشیه ای ویک‌بی و گاما پیروی کردند. با توجه به توزیع و پراکندگی متغیرهای مورد بررسی، این توابع از بین توابع توزیع متعددی که برازش داده شدند، بهترین برازش را داشتند.

برازش تابع مفصل بر جفت نقاط

به منظور برازش تابع مفصل بر جفت نقاط ابتدا بایستی جفت نقاط با فاصله‌ی مکانی $h \pm \Delta h$ جدا و دسته‌بندی گردند. همان‌طور که در بخش مواد و روش‌ها به آن اشاره گردید، چون فاصله تمام نقاط یکسان بوده است دامنه نوسان لحاظ نمی‌شود. لذا فاصله پایه ۴۰۰ متر تا ۲۰۰۰ متر به عنوان فاصله نقاط در نظر گرفته شده است که بر اساس فاصله پایه نقاط در این بازه تقسیم شدند. پس از تعیین فاصله نقاط بهترین تابع مفصل برای هر ویژگی انتخاب گردید. لازم به ذکر است که با توجه به اینکه میزان همبستگی بین نقاط در فواصل بالاتر از ۲۰۰۰ متر به مقدار تقریباً ثابتی رسیده، از تابع مفصل که مربوط به داده‌های مستقل می‌باشد، برای برازش بر این نقاط از فاصله‌ی ۲۰۰۰ متر استفاده شد. بهترین توابع مفصل و ضریب همبستگی پیرسون جفت نقاط در فواصل مشخص برای هر ویژگی در فواصل معین در جدول ۳ و ۴ نشان داده شده است.

پهنه‌بندی با استفاده از تابع مفصل

پس از بدست آمدن بهترین تابع مفصل برای هر فاصله، با استفاده از روش پیشنهادی توسط آسا و همکاران (۲۰۰۹)، توابع مفصل ساخته شدند و در نهایت با استفاده از معادلات (۵) و (۶) که به ترتیب برای تخمین نقاط مجهول بر اساس میانه و میانگین داده‌ها می‌باشد تابع مفصل میانگین و میانه محاسبه شد.

تجزیه و تحلیل‌های زمین‌آماری

تجزیه و تحلیل های زمین‌آماری در محیط نرم‌افزارهای GS^+ 5.1 و Arcgis10.3 صورت گرفت. در جدول (۵) مدل‌های برازش داده شده بر نیم تغییرنمای تجربی پارامترها نشان داده شده است.

جدول(۱)- توصیف آماری ویژگی‌های شیمیایی مورد بررسی

Table(1) Statistical description of the investigated chemical characteristics

پارامتر parameter	واحد Unit	کمینه Min.	بیشینه Max.	میانگین Mean	انحراف معیار SD	ضریب تغییرات(٪) CV	چولگی skewness	کشیدگی kurtosis
فسفر قابل جذب P_{ava}	ppm	11.64	21.13	16.30	2.19	13.43	0.33	0.02
پتاسیم قابل جذب K_{ava}	ppm	293.65	383.64	330.85	18.20	6.09	0.29	-0.21

جدول (۲) توابع توزیع حاشیه‌ای برازش یافته بر داده‌ها

Table (2) Marginal distribution function fitted to the data

مقدار آماره در آزمون کای اسکوئر chi-square Index	مقدار آماره در آزمون آندرسون- دارلینگ Anderson-Darling Index	مقدار آماره در آزمون کلموگروف- اسمیرنف Kolmogorov-Smirnov Index	تابع توزیع حاشیه ای Marginal distribution function	پارامتر parameter
4.048	0.992	0.075	ویک‌بی Wakeby	فسفر قابل جذب P_{ava}
4.826	1.248	0.064	گاما Gamma	پتاسیم قابل جذب K_{ava}

جدول(۳) بهترین تابع مفصل و ضریب همبستگی پیرسون جفت نقاط در فواصل مشخص برای P_{ava}

Table (3) The best copula and Pearson's correlation coefficient of pairs of points at specified distances for P_{ava}

پارامتر تابع مفصل (θ)	مقدار شاخص MLE	تابع مفصل copula	ضریب همبستگی پیرسون r	تعداد جفت نقاط Number of pairs	فاصله (متر) distance (m)
7.321	49.31	فرانک Frank	0.71	215	400
4.361	42.19	جو Joe	0.52	188	800
2.956	38.11	جو Joe	0.41	160	1200
1.684	24.13	جو Joe	0.20	134	1600
-	-	مستقل Independent	0.09	95	2000

جدول شماره (٤) بهترین تابع مفصل و ضریب همبستگی پیرسون جفت نقاط در فواصل مشخص برای K_{ava}

Table (4) The best copula and Pearson's correlation coefficient of pairs of points at specified distances for K_{ava}

پارامتر تابع مفصل (θ)	مقدار شاخص MLE	تابع مفصل copula	ضریب همبستگی پیرسون r	تعداد جفت نقاط Number of pairs	فاصله (متر) distance (m)
12.361	42.69	فرانک Frank	0.85	215	400
8.142	37.92	فرانک Frank	0.70	188	800
4.236	30.17	فرانک Frank	0.59	160	1200
1.965	25.11	فرانک Frank	0.40	134	1600
-	-	مستقل Independent	0.21	95	2000

جدول (۵) مدل‌های برازش داده شده بر نیم تغییرنمای تجربی پارامترها

Table (5) Models fitted on the experimental semivarogram of variables

پارامتر parameter	مدل model	C0	C0+C	A0	$\%\frac{C0}{C0+C}$	R^2	همبستگی مکانی spatial correlation
فسفر قابل جذب P_{ava}	کروی Spherical	0.9	5	1213	0.18	0.4	قوی Strong
پتاسیم قابل جذب K_{ava}	کروی Spherical	1	43.9	1054	0.02	0.83	قوی Strong

نتایج اعتبار سنجی مدل‌ها

براساس معیارهای اعتبارسنجی RMSE، R^2، MAE و MBE بهترین مدل درون‌یاب برای هر پارامتر انتخاب شد. نتایج اعتبارسنجی مدل‌ها در جدول ۶ و ۷ نشان داده شده است.

نتایج اعتبارسنجی درونیاب‌ها بر اساس شاخص‌های آماری دلالت بر برتری تابع مفصل نسبت به روش‌های متداول زمین-آماری از قبیل کریجینگ ساده، کریجینگ جهانی و... دارد. روش وزن‌دهی عکس فاصله (IDW) با دارا بودن کمترین مقدار ضریب همبستگی (R^2=۰/۷۶) و بیشترین ریشه مجموع مربعات خطا (RMSE=۲/۹۳) ضعیفترین تخمین‌ها را ارائه داده است که البته چندان دور از انتظار هم نیست. با مراجعه به جدول فوق مشخص می‌گردد که از بین تمامی روشهای مورد بررسی، روش تابع مفصل میانه با دارا بودن R^2=۰/۸۵ و RMSE=۲/۵۸ بهترین دقت در انجام تخمین‌ها را ارائه داده است. با وجود اینکه تابع مفصل به ویژه با استفاده از میانه برآورد بهتری نسبت به تکنیک‌های مرسوم زمین¬آماری داشته اما اختلاف فاحشی از نظر خطای تخمین نسبت به تکنیک¬های زمین¬آماری ندارد.که از دلایل توانمندی نسبی این روش نسبت به روشهای کلاسیک زمین‌آماری می‌توان به عدم وابستگی تابع مفصل به توزیع نرمال داده‌ها و نیز عدم تاثیرپذیری این تابع از داده‌های پرت اشاره کرد. نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج حاصل از پژوهشهای گنجعلیخانی و همکاران (7) و غجه پور و همکاران (۸) همخوانی دارد. در برخی منابع انجام تخمین‌های درون‌یابی با روش تابع مفصل، با دقتهای بسیار بالاتری نیز گزارش شده است (۵) که در توجیه این اختلاف باید ذکر شود که پایین بودن دقت برآورد توسط تابع مفصل و حتی روشهای زمین‌آماری احتمالاً به دلیل قرار داشتن هم‌زمان نمونه‌های خاک از کاربری‌های مختلف کشاورزی، صنعتی و مرتع باشد که هر کدام دستخوش تغییرات مکانی خاص خود هستند. از آنجایی که مدیریت‌های مختلف در هر کدام از این کاربری‌ها به عنوان فاکتور خارجی تاثیرگذار بر شرایط خاک احتمالا باعث تغییر ویژگی‌های خاک در فواصل کم شده است، می‌توان انتظار داشت که این تغییرات بر توانایی تخمین تکنیک‌های درون‌یابی نیز تاثیر گذاشته باشد.

نقشه‌های درون‌یابی و مقایسه کاربری‌های مختلف

با توجه به اینکه روش درون‌یابی تابع مفصل میانه، عملکرد نسبی دقیقتری در مقایسه با سایر روشها ارائه نمود، اقدام به ترسیم نقشه درون‌یابی متغیرهای فسفر و پتاسیم قابل جذب بر اساس تابع مفصل میانه گردید (شکل ۱). براساس نقشه پهنه‌بندی عنصر فسفر قابل جذب، بیشترین بیشترین مقدار فسفر قابل جذب در بین سه کاربری تقریبا در کاربری کشاورزی و تا حدی صنعتی مشاهده شده است. که علت آن را می‌توان به مداخلات انسانی همچون مصرف زیاد کودهای فسفاته در خاک‌های مناطق کشاورزی مرتبط دانست. همچنین بیشترین مقدار پتاسیم قابل جذب در بین سه کاربری در کاربری کشاورزی مشاهده شده است. که علت آن را می‌توان به مقدار مصرف بالای کودهای پتاسه و وجود ترکیبات آلی در خاک‌های مناطق کشاورزی مرتبط دانست. نجفی‌قیری و همکاران[1] (۱۷)، گزارش کردند که ترکیبات آلی با افزودن پتاسیم به خاک، سبب تغییر در توزیع پتاسیم خاک می‌شوند.

1- Najafi-Ghiri *et al.*

جدول(٦) نتایج اعتبارسنجی درونیاب‌ها برای پارامتر P_{ava}

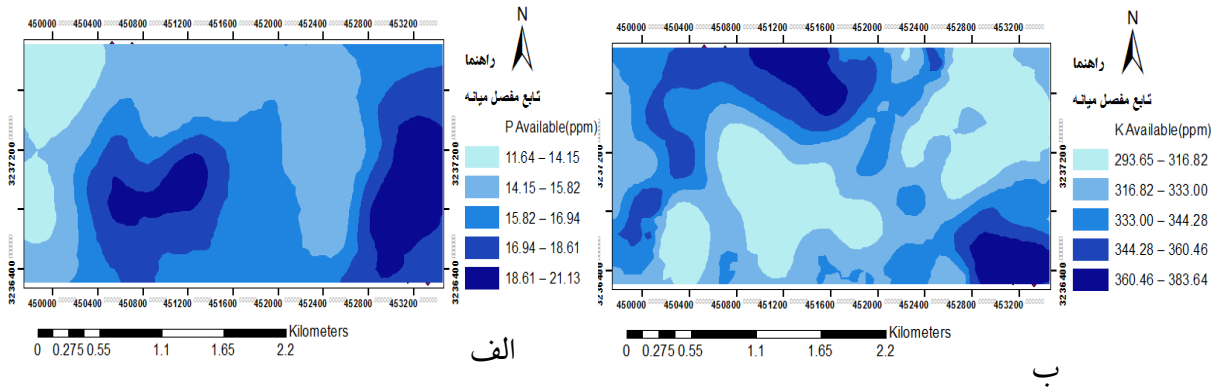
Table (6) Validation results of interpolators for P_{ava}

MBE	MAE	R2	RMSE	درونیاب **interpolators**
0.004	0.84	0.61	8.92	IDW
0.006	0.86	0.60	8.93	Ordinary Kriging
0.011	0.93	0.58	9.00	Simple Kriging
0.009	0.88	0.59	8.96	Universal Kriging
0.007	0.89	0.60	8.94	Disjunctive Kriging
0.003	0.82	0.66	8.87	Median copula
0.004	0.83	0.64	8.90	Average copula

جدول شماره(۷) نتایج اعتبارسنجی درونیاب‌های مختلف برای پارامتر K_{ava}

Table (7) Validation results of interpolators for K_{ava}

MBE	MAE	R^2	RMSE	درونیاب **interpolators**
-0.41	7.69	0.76	2.93	IDW
0.12	6.84	0.81	2.62	Ordinary Kriging
0.15	7.02	0.79	2.73	Simple Kriging
-0.14	7.01	0.81	2.67	Universal Kriging
0.13	6.86	0.80	2.67	Disjunctive Kriging
0.10	6.80	0.85	2.58	Median copula
0.11	6.83	0.84	2.59	Average copula



شکل(۱) نقشه پهنه‌بندی پارامترها بر اساس درون‌یاب تابع مفصل میانه؛ الف) فسفر قابل جذب ب) پتاسیم قابل جذب

Figure (1) Zoning map of the parameters based on the Median copula **function interpolator; a) P_{ava} b)K_{ava}**

نتیجه‌گیری

شرط استفاده از روش‌های زمین‌آماری ایستایی داده‌ها می‌باشد که از طریق واریوگرام قابل تشخیص می‌باشد، و ضمنا توزیع داده‌ها بایستی به توزیع نرمال نزدیک باشد. با توجه به اینکه تابع مفصل نسبت به داده‌های غیرنرمال حساس نیست می‌تواند در زمینه علوم خاک مورد استفاده قرار گیرد. در همین راستا در تحقیق حاضر اقدام به میان-یابی عناصر پرمصرف پتاسیم و فسفر قابل جذب خاک مبتنی بر روشهای معمول زمین‌آماری و توابع مفصل گردید. به همین منظوردقت درونیاب تابع مفصل (شامل توابع ارشمیدسی کلایتون، فرانک، گامبل و جو)، با انواع درونیاب‌های کریجینگ شامل کریجینگ ساده، کریجینگ معمولی، کریجینگ شاخص و کریجینگ منفصل یا گسسته و روش IDW به کمک معیارهای میانگین ریشه دوم مربعات استاندارد (RMSE)، ضریب تبیین (R^2)، میانگین خطای مطلق(MAE) و میانگین خطای انحراف(MBE) ارزیابی شد. نتایج کمّی حاصل از مقایسه روشهای مورد استفاده حاکی از برتری نسبی توابع مفصل (علی‌الخصوص تابع مفصل میانه) در مقایسه با سایر روشها بود. نهایتاً اقدام به ترسیم نقشه درون‌یابی متغیرهای فسفر و پتاسیم قابل جذب بر اساس تابع مفصل میانه گردید.

با توجه به نتایج حاصله از این تحقیق که نشان از برتری تابع مفصل داشت، می‌توان به توانایی تابع مفصل در پهنه‌بندی پارامترهای خاک پی برد که صحت این امر با عنایت به یافته‌های حاصل از پژوهش سایر پژوهشگران در پهنه‌بندی ویژگی‌های آب که رفتاری مشابه با خاک دارند مورد تایید قرار می‌گیرد.

References

1. Aas K., Czado C., Frigessi A., and Bakken H. (2009). Pair-copula constructions of multiple dependence. Insurance: Mathematics and economics, 44(2): 182-198

2. Abbaszadeh F, Jalali V R, Jafari A. Efficiency Evaluation of Different Interpolation Procedures in Spatial Distribution of Copper in Hormuz Island Soils. GEJ 2016; 7 (2) :1-7. (In Persian with English abstract)

3. Ahmadi, F., Radmanesh, F., Parham, G. A., & Mirabbasi Najaf Abadi, R. (2017). Application of Archimedean and Extreme values Copula Functions for Multivariate Analysis of Low Flows in Dez Basin. *Water and Soil*, *31*(4), 1031-1045. (In Persian with English abstract)

4. Bárdossy, A. (2006). Copula-based geostatistical models for groundwater quality parameters. Water Resources Research, 42(11).

5. Bárdossy, A. and Pegram, G. (2014). Infilling missing precipitation records – A comparison of a new copula-based method with other techniques. Journal of Hydrology, 519, Part A(0): 1162-1170.

6. Etminan, S., Jalali, V., Mahmoodabadi, M. et al. (2021). Assessing an efficient hybrid of Monte Carlo technique (GSA-GLUE) in Uncertainty and Sensitivity Analysis of vanGenuchten Soil Moisture Characteristics Curve. Computational Geosciences, 25:503–514. https://doi.org/10.1007/s10596-020-10019-w

7. Ganjalikhani, M., Zounemat-Kermani, M., Rezapour, M., & Rahnama, M. B. (2016). Evaluation of Copula Performance in Groundwater Quality Zoning (Case Study: Kerman and Ravar regions). *Iranian Journal of Soil and Water Research*, *47*(3), 551-560. (In Persian with English abstract)

8. Ghojehpour, E., Jafari, A., Jalali, V., & Mahmoudabadi, M. (2022). Evaluation of the Performance of Copula Function in Estimating Some Soil Properties. *Applied Soil Research*, 10(1), 82-97. (In Persian with English abstract)

9. Ghojehpour, E., Jalali, V., Jafari, A., Mahmoudabadi, M. (2020). Copula function and its application to estimate sand and bulk density of soil. *Journal of Soil Management and Sustainable Production*, 10(1), 47-64. (In Persian with English abstract)

10. Gräler, B. and Pebesma, E. (2011). The pair-copula construction for spatial data: a new approach to model spatial dependency. Procedia Environmental Sciences, 7(0): 206-211.

11. Hasani Pak, A. 2010. Geostatistics. University of Tehran Publication. 314p (In Persian with English abstract)

12. Haslauer, E., Blaschke, T., & Biberacher, M. (2014). GIS-based Backcasting-A Method for Parameterisation of Sustainable Spatial Planning and Resource Management. In Doctoral Consortium on Simulation and Modeling Methodologies, Technologies and Applications, 2: 3-8.

13. Hofert M., Kojadinovic I., Maechler M., Yan J., and Nešlehová G. (2018). Copula: Multivariate Dependence with Copulas. R package (Version 0.999-19).

14. Kong, X. M., Huang, G. H., Fan, Y. R. and Li, Y. P. (2014). Maximum entropy-Gumbel-Hougaard copula method for simulation of monthly streamflow in Xiangxi river, China. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment. 14(2): 1-14.

15. Li J. (2010). Application of copulas as a new geostatistical tool. PhD thesis, University of Stuttgart, Faculty of Civil and Environmental Engineering.

16. Moazami, S., Golian, S., Kavianpour, M. R. and Hong, Y. (2014). Uncertainty analysis of bias from satellite rainfall estimates using copula method. Atmospheric Research, 137(0): 145-166.

17. Najafi-Ghiri, M., Nowzari, S., Niksirat, SH., & Soleimanpur, L. (2017). Effects of Different Plant Residues and Manures on Potassium Pools Distribution of Two Clayey Soils under Different Moisture Conditions. Water and Soil Science. *27*(3), 161-172. (In Persian with English abstract)

18. Nelsen, R. B. (2007). An introduction to copulas, Springer.

19. Olsen, S. R. and Sommers, J. F. (1982). Phosphorus. P 403-430, In: A.L. Page (ed.), Methods of soil Analysis. Agron. No. 9, part 2: Chemical and microbiological properties, 2nd edition, Am. Soc. Agron., Madison, WI, USA.

20. Rezaie, H., Mirabbasi, R., Kkhanitemeliyeh, Z. (2020). Bivariate Analysis of Drought Risk in West and Northwest of Iran Using PSO Algorithm and Copula Functions. *Journal of Water and Soil Conservation*, 27(3), 125-144. (In Persian with English abstract)

21. Schmidt, T. (2007). Coping with copulas. Copulas-From Theory to Application in Finance: 3-34.

22. Shafaee, M., Fakheri Fard, A., Din Pajooh, E., & Mirabbasi, R. (2017). Modeling rainfall event characteristics using D-vine copulas. *Journal of Water and Soil Resources Conservation*, *6*(2), 45-58. (In Persian with English abstract)

23. Sklar, A. (1959) Fonctions de Répartition à n Dimensions et Leurs Marges. Publications de l'Institut Statistique de l'Université de Paris, 8, 229-231.

24. Wilding L.P. (1985). Spatial variability: its documentation accommodation and implication to soil surveys. In: Nielsen D.R. and Bouma J. (eds.) Soil Spatial Variability. Pudoc. The Netherlands. pp. 166–194.